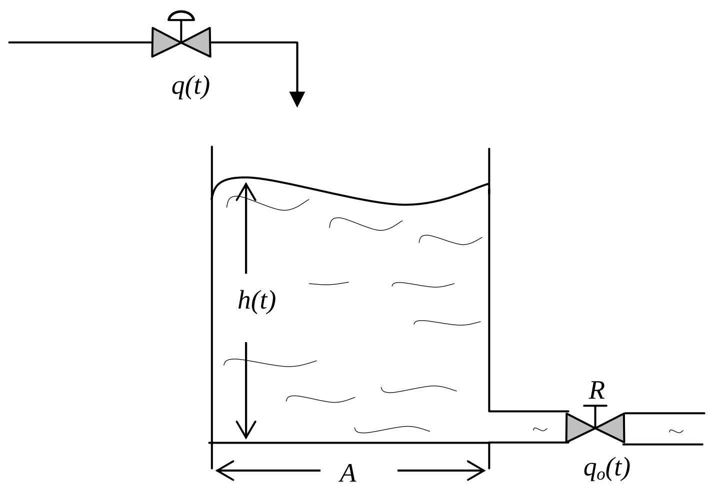
MODELAJE DE SISTEMAS HIDRAULICOS

EJEMPLO 1.- TANQUE DE ALMACENAMIENTO CON DRENAJE A TRAVÉS DE UNA TUBERÍA CORTA (FLUJO LAMINAR)

Tanque de área transversal *A*, que almacena un fluido cuya densidad ρ es constante. Fluido drena a través de una válvula. Se desea controlar *h(t)* por medio de la regulación de *q(t)*.



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de *h(t)* ante una variación de *q(t)*

Suposiciones:
1.- Flujo laminar
2.- Densidad constante
3.- Area transversal del tanque *A*, no varía con el nivel del líquido
4.- Tanque abierto y descarga del fluido a la atmósfera.

Constantes:	***Variables:***
R= resistencia fluídica	*h(t)*= nivel del tanque (Var. controlada)
ρ = densidad	$q_o(t)$= flujo de salida
A= área del tanque	*q(t)*= flujo de entrada (Var. Manipulada)

Datos:

$\bar{q} = \bar{q}_o = 100$ m^3/h

$\bar{h} = 7$ m

$A = 7$ m^2

MODELO MATEMATICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa***

$$\begin{bmatrix} MASA \\ QUE \\ ENTRA \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} MASA \\ QUE \\ SALE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MASA \\ QUE\ SE \\ ACUMULA \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\rho q(t) - \rho q_o(t) = \frac{d(\rho A h)}{dt} \tag{2}$$

Tomando en cuenta que A y ρ son constantes

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt} \tag{3}$$

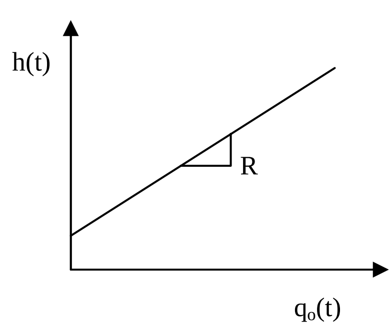
- ***Ecuación constitutiva***

Expresión para $q_o(t)$.

Tomando en cuenta flujo laminar: existe relación lineal entre $q_o(t)$ y $h(t)$

$$q_o(t) = kh(t) = \frac{h(t)}{R} \tag{4}$$

donde k= coeficiente
R = resistencia lineal



Modelo completo del sistema:

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt} \tag{3}$$

$$q_o(t) = \frac{h(t)}{R} \tag{4}$$

con los valores numéricos:

A = 7 m^2

$R = \frac{\overline{h}}{\overline{q}_o}$ = 0.07

MODELO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se definen las variables de perturbación:

$$q^*(t) = q(t) - \overline{q} \tag{5}$$

$$q_o^*(t) = q_0(t) - \overline{q}_o \tag{6}$$

$$h^*(t) = h(t) - \overline{h} \tag{7}$$

donde $\overline{q}, \overline{q}_o$ y $\overline{h}$ valores obtenidos del sistema operando en estado estacionario.

Se escriben ecuaciones del sistema en estado estacionario:

$$\overline{q} - \overline{q}_o = A\frac{d\overline{h}}{dt} \tag{8}$$

$$\overline{q}_o = \frac{\overline{h}}{R} \tag{9}$$

Se restan (8) y (9) de (3) y (4) y se utiliza notación de variables de pertubación

$$q^*(t) - q_o^*(t) = A\frac{dh^*}{dt} \tag{10}$$

$$q_o^*(t) = \frac{h^*(t)}{R} \tag{11}$$

Se suponen variaciones pequeñas alrededor del punto de operación. Se toma la transformada de Laplace de (10) y (11)

$$Q^*(s) - Q_o^*(s) = AsH^*(s) \tag{12}$$

$$Q_o^*(s) = \frac{H^*(s)}{R} \tag{13}$$

Se sustituye (13) en (12) y se agrupan términos. Función de Transferencia

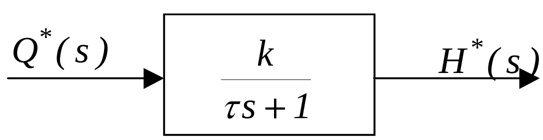
$$\frac{H^*(s)}{Q^*(s)} = \frac{R}{RAs + 1} \tag{14}$$

Forma general.

$$\frac{H^*(s)}{Q^*(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \tag{15}$$

donde: k = ganancia estática del sistema = R
τ = constante de tiempo del sistema = RA

DIAGRAMA DE BLOQUES

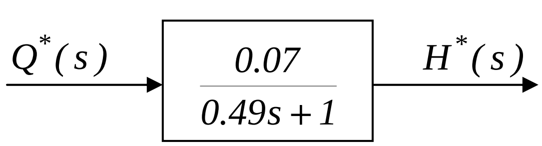


Para los valores numéricos conocidos

A = 7 m^2
R = 0.07

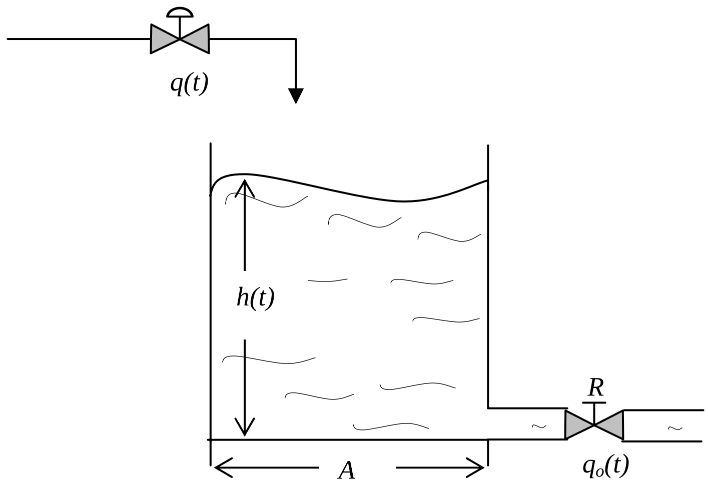
se calculan los parámetros de la Función de Transferencia:

k = R = 0.07
τ = RA = 0.49



EJEMPLO 2.- TANQUE DE ALMACENAMIENTO CON DRENAJE A TRAVÉS DE UNA TUBERÍA CORTA (FLUJO TURBULENTO)

Tanque de área transversal *A*, que almacena un fluido cuya densidad ρ es constante. Fluido drena a través de una válvula, se desea controlar *h(t)* por medio de la regulación de *q(t)*.



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de *h(t)* ante una variación de *q(t)*

Suposiciones:

1.- Flujo turbulento
2.- Densidad constante
3.- Area transversal no varía con el nivel del líquido
4.- Caída total de presión es debida a la restricción
5.- Dinámica del flujo en la tubería rápida con respecto a dinámica del nivel
6.- Tanque abierto y descarga a la atmósfera
7.- No existen pérdidas por fricción

Constantes:
A= área del tanque
ρ = densidad

Variables:
h(t)= nivel del tanque (Var. controlada)
$q_o(t)$= flujo de salida
q(t)= flujo de entrada (Var. Manipulada)

Datos:
$\bar{q} = \bar{q}_o = 100$ m^3/h
$\bar{h} = 7$ m
$A = 7$ m^2

MODELO MATEMÁTICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa***

$$\rho q(t) - \rho q_o(t) = \frac{d(\rho A h)}{dt} \tag{2}$$

Tomando en cuenta que A y ρ son constantes

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt} \tag{3}$$

- ***Ecuaciones constitutivas***

Expresion para $q_o(t)$.

Tomando en cuenta flujo turbulento: no existe relación lineal entre $q_o(t)$ y $h(t)$

$$q_o = C\sqrt{h} \tag{24}$$

donde C : constante propia del sistema.$f(A_2,g)$

Modelo completo del sistema:

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh(t)}{dt} \tag{3}$$

$$q_o = C\sqrt{h(t)} \tag{24}$$

con los valores numéricos:

A = 7 m^2

$$C = \frac{\overline{q}_o}{\sqrt{\overline{h}}} = 37.8\ \frac{m^3/h}{m^{0.5}}$$

MODELO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se linealiza $\sqrt{h}$. Se utiliza expansión de Taylor sabiendo que se cumple con las siguientes condiciones:

- las variables son continuas
- las derivadas también son continuas

En general, expansión de Taylor para una función de dos variables *f= f(x,x₂)*:

$$f(x_1, x_2) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + (x_1 - \bar{x}_1)\left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} + (x_2 - \bar{x}_2)\left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} +$$

$$(x_1 - \bar{x}_1)^2 \frac{1}{2!}\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x_1{}^2}\right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} + (x_2 - \bar{x}_2)^2 \frac{1}{2!}\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x_2{}^2}\right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} + \ldots \quad (25)$$

Se toma en cuenta la primera derivada.

Se aplica a $\sqrt{h}$

$$\sqrt{h} = \sqrt{\bar{h}} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{h}}}(h - \bar{h}) \quad (26)$$

donde $\bar{h}$: valor del nivel en el estado estacionario

Se sustituye (26) en (24):

$$q_o = C\left(\sqrt{\bar{h}} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{h}}}(h - \bar{h})\right) \quad (27)$$

Ecuaciones en estado estacionario:

$$\bar{q} - \bar{q}_o = A\frac{d\bar{h}}{dt} \quad (28)$$

$$q_o = C\sqrt{\bar{h}} \quad (29)$$

Se restan (28) (29) de (3)(27) y se utiliza notación de variable de perturbación:

$$q^*(t) - q_o^*(t) = A\frac{dh^*}{dt} \tag{30}$$

$$q_o^* = \frac{C}{2\sqrt{\bar{h}}}h(t)^* \tag{31}$$

Se sustituye (31) en (30) y se toma transformada de Laplace:

$$Q^*(s) - C'H^*(s) = AsH^*(s) \tag{32}$$

donde $C' = \dfrac{C}{2\sqrt{\bar{h}}}$

Se despeja *H*(s)* en función de *Q*(s)*. Función de transferencia

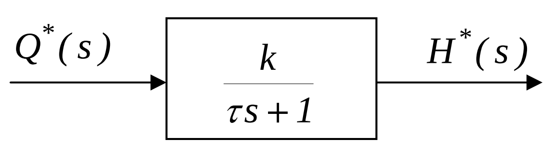
$$\frac{H^*(s)}{Q^*(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \tag{33}$$

donde:

$$k = \frac{2}{C}\sqrt{\bar{h}}$$

$$\tau = \frac{A}{C'} = \frac{2A}{C}\sqrt{\bar{h}}$$

DIAGRAMA DE BLOQUES



Para los valores numéricos conocidos:

A = 7 m^2
C = 37.8

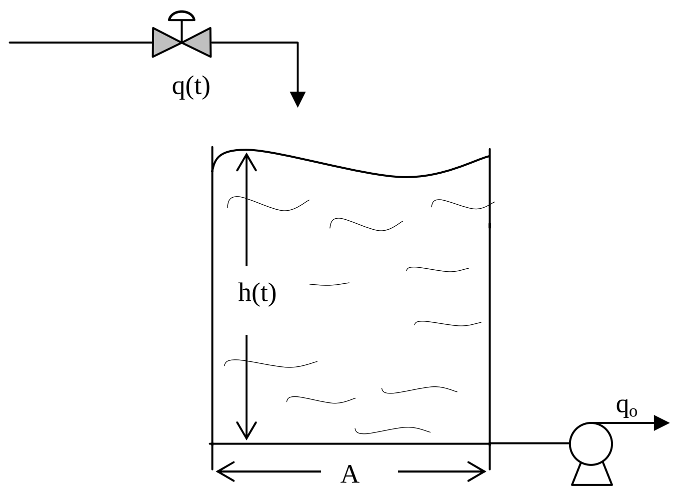
se calculan los parámetros de la Función de Transferencia:

$k = 0.14$
$\tau = 0.98$

$$Q^*(s) \longrightarrow \boxed{\frac{0.14}{0.98s+1}} \longrightarrow H^*(s)$$

EJEMPLO 3.- TANQUE CON DRENAJE A TRAVÉS DE UNA BOMBA

Tanque de área transversal *A*, que almacena un fluido con densidad ρ. Fluido sale a través de una bomba. Se desea controlar *h(t)* por medio de la regulación de *q(t)*.



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de *h(t)* ante una variación *q(t)*.

Suposiciones:

1.- Flujo laminar
2.- Densidad constante
3.- Area transversal del tanque *A*, no varía con el nivel del líquido
4.- Tanque abierto y descarga del fluido a la atmósfera.
5.- La bomba mantiene un flujo constante de salida

Constantes	***Variables***
A = area del tanque	*h(t)* = nivel del tanque
q_o= flujo de salida	*q(t)* = flujo de entrada

MODELO MATEMÁTICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa***

Ecuación que representa el modelo matemático del sistema:

$$q(t) - q_o = A\frac{dh}{dt} \tag{34}$$

donde q_o = flujo constante de salida que proporciona la bomba.

MODELO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Ecuación en estado estacionario:

$$\bar{q} - q_o = A\frac{d\bar{h}}{dt} \tag{35}$$

Se resta de ecuación estado no estacionario:

$$q^*(t) = A\frac{dh^*}{dt} \tag{36}$$

Se toma Transformada de Laplace

$$\frac{H^*(s)}{Q^*(s)} = \frac{k}{s} \tag{37}$$

donde k = ganancia estática del sistema = $1/A$

DIAGRAMA DE BLOQUES

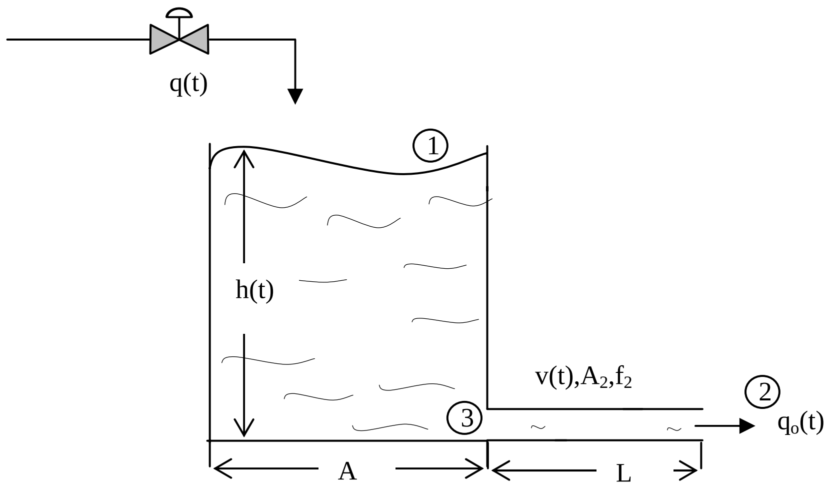
$$Q^*(s) \longrightarrow \boxed{\frac{k}{s}} \longrightarrow H^*(s)$$

Para los valores numéricos conocidos $k = 0.14$

$$Q^*(s) \longrightarrow \boxed{\frac{0.14}{s}} \longrightarrow H^*(s)$$

EJEMPLO 4.- TANQUE CON DRENAJE A TRAVÉS DE UNA TUBERÍA LARGA.

Tanque de área transversal *A*, que almacena un fluido con densidad ρ. Liquido drena a través de una tubería larga. Se desea controlar *h(t)* manipulando *q(t)*



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de *h(t)* ante una variación *q(t)*.

Suposiciones:

1.- Flujo laminar

2.- Densidad constante

3.- Area transversal del tanque *A*, no varía con el nivel del líquido

4.- Tanque abierto y descarga del fluido a la atmósfera.

Constantes:

A_1=area del tanque

A_2=area de la tubería

d_2= diámetro de la tubería

f = coeficiente de fricción

L= longitud de la tubería

Variables:

$h(t)$= nivel en el tanque

$q(t)$= flujo de entrada

$v(t)$= velocidad del flujo.

$q_o(t)$=flujo de salida

MODELO MATEMÁTICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa***

$$q(t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt} \qquad (38)$$

- ***Ecuación constitutiva***

Expresión para $q_o(t)$.

$$q_o(t) = A_2 v(t) \qquad (39)$$

Utilizando La ecuación de Bernoulli:

$$L\frac{dv_2}{dt} = gh(t) - \left[f\frac{L}{2d_2} + \frac{1}{2} \right] v_2{}^2(t) \qquad (42)$$

Modelo completo del sistema:

$$q\ (t) - q_o(t) = A\frac{dh}{dt} \qquad (38)$$

$$q_o(t) = A_2 v_2(t) \qquad (39)$$

$$L\frac{dv}{dt} = gh(t) - \left[f\frac{L}{2d_2} + \frac{1}{2} \right] v^2(t) \qquad (42)$$

MODELO MATEMATICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se linealiza v^2

$$v^2 = \bar{v}^2 + 2\bar{v}(v(t) - \bar{v}) \qquad (43)$$

Se sustituye en (42)

$$L\frac{dv}{dt} = gh(t) - \left(f\frac{L}{2d_2} + \frac{1}{2} \right)(\bar{v}^2 + 2\bar{v}(v(t) - \bar{v})) \qquad (44)$$

Se resta (38), (39) y (44) de las ecuaciones de estado estacionario, se utiliza variables de perturbación, se toma la transformada de Laplace:

$$AsH^*(s) = Q^*(s) - Q_o^*(s) \qquad (45)$$

$$Q_o^*(s) = A_2V^*(s) \qquad (46)$$

$$(Ls + 2\bar{v}k)V^*(s) = gH^*(s) \qquad (47)$$

donde $k = f\frac{L}{2d_2} + \frac{1}{2}$

Función de transferencia global del sistema:

se sustituye (46) y (47) en (45) o se utiliza la formula de Mason pasando por los diagramas de bloque y diagramas de flujo de señales.

DIAGRAMA DE BLOQUES DE CADA ECUACION

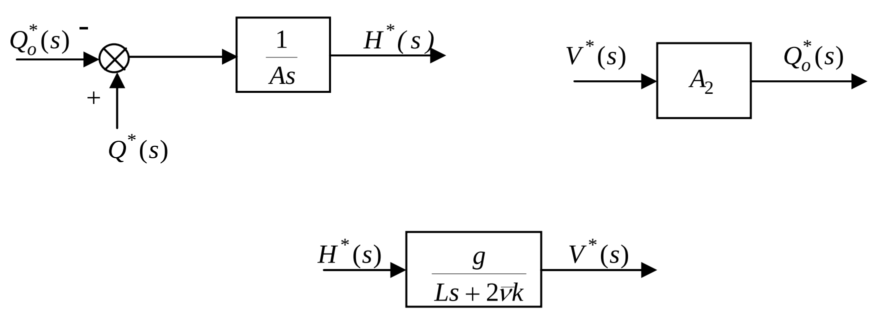
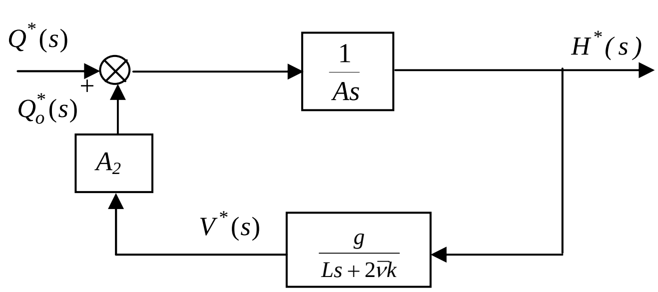
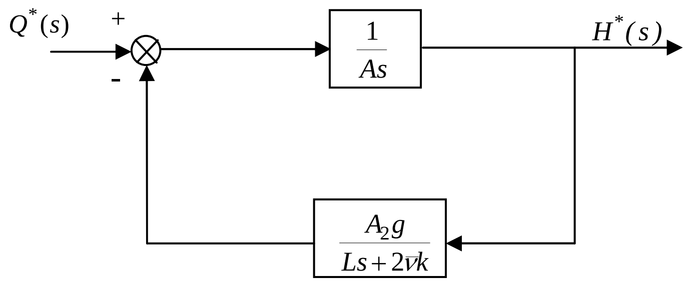
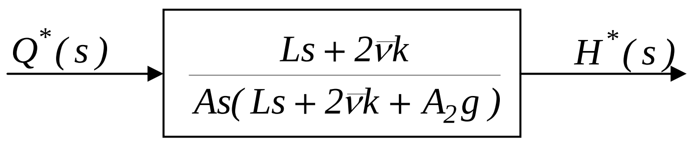


DIAGRAMA DE BLOQUES GENERAL



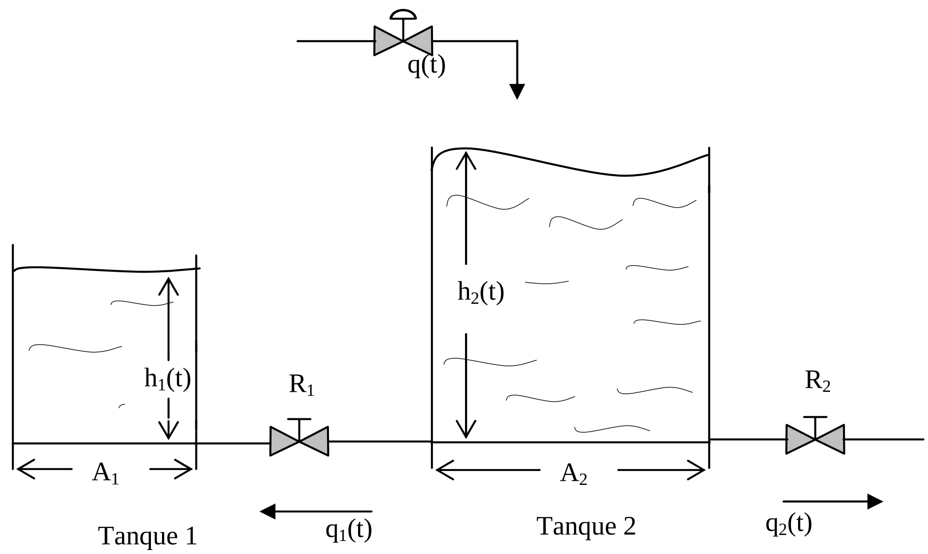


Si se utiliza la técnica de reducción de bloques o los diagramas de flujo de señales y la fórmula de Mason se encuentra el diagrama de bloques reducido:



EJEMPLO 5.- DOS TANQUES CONECTADOS

Dos tanques interconectados. Se desea controlar el nivel del segundo tanque manipulando el flujo de entrada al mismo.



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de *h2(t)* ante una variación de *q(t)*.

Suposiciones:

1.- Flujo laminar
2.- Densidad constante
3.- Area transversal de los tanques no varían con el nivel del líquido
4.- Tanques abiertos y descarga del fluido a la atmósfera.

Constantes:

A_1= area del primer tanque
A_2= area del segundo tanque
R_1= resistencia fluídica de la 1º válvula
R_2= resistencia fluídica de la 2º válvula

Variables:

$h_1(t)$= nivel del primer tanque
$h_2(t)$= nivel del segundo tanque
$q_1(t)$= flujo de líquido de 2$\rightarrow$1
$q_2(t)$= flujo de salida del sistema
$q(t)$= flujo de entrada al sistema

MODELO MATEMÁTICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa***

$$\rho q_1(t) = \rho \frac{dV_1}{dt} = \rho A_1 \frac{dh_1}{dt} \tag{49}$$

$$\rho q\ (t) - \rho q_1(t) - \rho q_2(t) = \rho \frac{dV_2}{dt} = \rho A_2 \frac{dh_2}{dt} \tag{50}$$

- ***Ecuaciones constitutivas***

Expresión para $q_1(t)$ y $q_2(t)$

$$q_1(t) = \frac{h_2(t) - h_1(t)}{R_1} \tag{51}$$

$$q_2(t) = \frac{h_2(t) - 0}{R_2} \tag{52}$$

Se sustituye (51) y (52) en (49) y (50)

$$R_1 A_1 \frac{dh_1}{dt} + h_1 = h_2 \tag{53}$$

$$R_1 R_2 A_2 \frac{dh_2}{dt} + h_2(R_1 + R_2) = R_2 h_1 + q R_2 R_1 \tag{54}$$

MODELO MATEMÁTICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se escriben las ecuaciones en estado estacionario y se restan de las ecuaciones en estado no estacionario

$$R_1 A_1 \frac{dh_1^*}{dt} + h_1^* = h_2^* \qquad (55)$$

$$R_1 R_2 A_2 \frac{dh_2^*}{dt} + h_2^* (R_1 + R_2) = R_2 h_1^* + q^* R_2 R_1 \qquad (56)$$

Se toma transformada de Laplace a (55) y (56)

$$\left(R_1 A_1 s + 1\right) H_1^*(s) = H_2^*(s) \qquad (57)$$

$$\left[R_1 R_2 A_2 s + \left(R_1 + R_2\right)\right] H_2^*(s) = R_2 H_1^*(s) + Q^*(s) R_2 R_1 \qquad (58)$$

Función de transferencia global :

se despeja H_1 de (57) y se sustituye en (58), o se utiliza la formula de Mason pasando por los diagramas de bloque y diagramas de flujo de señales

DIAGRAMA DE BLOQUES DE LAS ECUACIONES

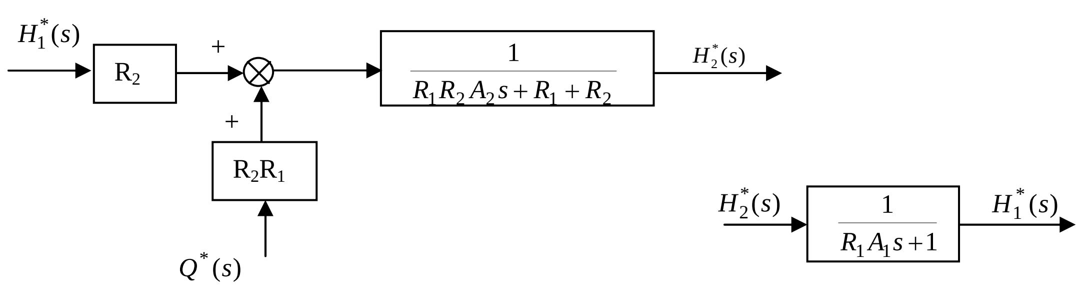
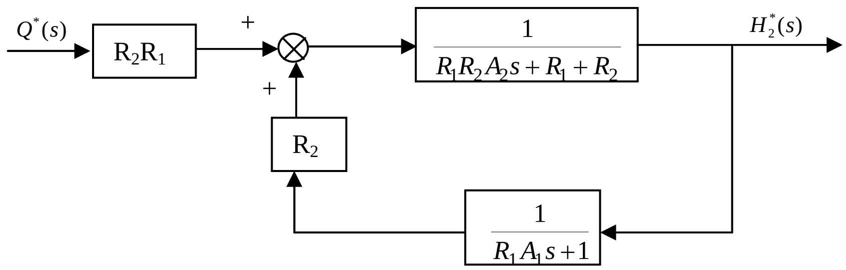
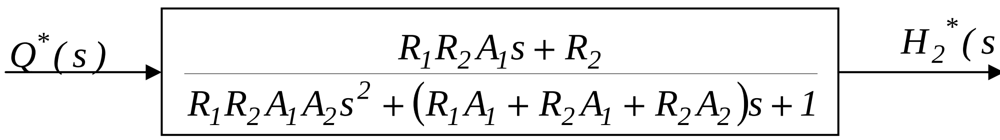


DIAGRAMA DE BLOQUES GENERAL

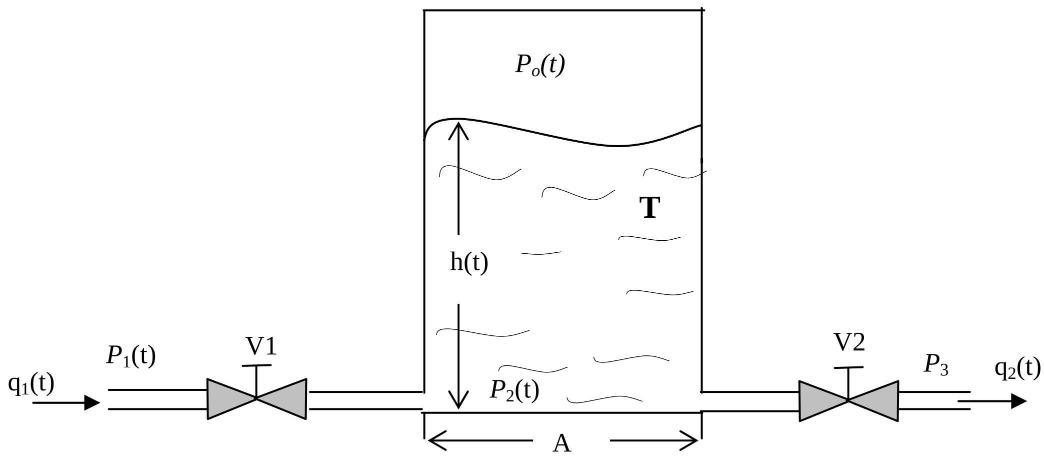


Si se utiliza la técnica de reducción de bloques o los diagramas de flujo de señales y la fórmula de Mason se encuentra el diagrama de bloques reducido:



EJEMPLO 6.- TANQUE PRESURIZADO

Tanque cerrado que contiene un líquido cuyo nivel varía y sobre el cual se encuentra un gas. La entrada y salida del líquido al tanque se realiza a través de una válvula. Se desea controlar el nivel del líquido en el tanque manipulando la presión de entrada al sistema.



Objetivo: Determinar la respuesta dinámica de $h(t)$ ante una variación de $P_1(t)$

Suposiciones:

1.- Gas ideal

2.- La expansión y compresión son isotérmicas

3.- No se considera evaporación

4.- Densidad constante y $Cv_1=Cv_2$

5.- Presión en el fondo del tanque = Presión de entrada y salida del tanque

6.- Dinámica del fluido en tubería más rápida respecto dinámica del nivel del tanque

7.- Caída total de presión es debida a la restricción.

8.- Presión de salida P_3 es la presión atmosférica.

Constantes:

A= area del tanque

T = temperatura del tanque

P_3= presión atmosférica

V_1= válvula de entrada

V_2= válvula de salida

Variables:

$q_1(t)$= flujo volumétrico de entrada

$q_2(t)$ = flujo volumétrico de salida

$P_o(t)$= presión del gas

$P_1(t)$= presión de entrada

$P_2(t)$= presión de salida

$h(t)$ = nivel del tanque

MODELO MATEMATICO EN ECUACIONES DIFERENCIALES

- ***Balance de masa en el líquido***

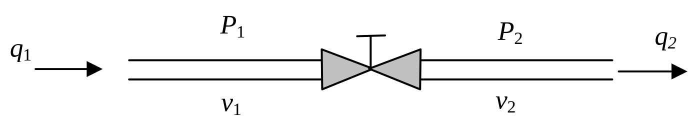
$$q_1(t)\rho - q_2(t)\rho = \frac{d\rho V}{dt} \tag{60}$$

$$q_1(t) - q_2(t) = A\frac{dh}{dt} \tag{61}$$

- ***Ecuaciones constitutivas***

Expresión para $q_1(t)$ y $q_2(t)$. En este caso deben ser función de la caída de presión:

$$q_1(t) = f(\Delta p)$$
$$q_2(t) = f(\Delta p)$$



donde: v_1= velocidad del fluido aguas arriba
v_2= velocidad del fluido en la garganta de la válvula

Se expresa el flujo en función de la presión:

$$q_1(t) = C_{v1}\sqrt{P_1 - P_2} \tag{70}$$

donde C_{v1} es la constante de la válvula

Expresiones para el flujo de entrada y flujo de salida

$$q_1(t) = C_{v1}\sqrt{P_1 - P_2} = C_{v1}\sqrt{P_1 - (P_o + \gamma h)} \tag{72}$$

$$q_2(t) = C_{v1}\sqrt{P_2 - P_3} = C_{v1}\sqrt{(P_o + \gamma h) - P_3} \tag{73}$$

Se busca $P_o(h)$.

$$V_T = V + V_g \tag{74}$$

donde:

V = volumen de liquido = Ah

V_g= volumen de gas = $V_T - Ah$

Se usa la Ley de los gases ideales:

$$P_o V_g = m_g R T_g \tag{75}$$

donde:

P_o= presión del gas

V_g= volumen del gas

m_g=masa del gas

T_g= temperatura del gas

R= constante universal

Se sustituye (74) y se despeja P_o

$$P_o = \frac{m_g R T_g}{V_T - Ah} \tag{76}$$

Modelo completo del sistema

$$q_1(t) - q_2(t) = A\frac{dh}{dt} \tag{61}$$

$$q_1(t) = C_{v1}\sqrt{P_1 - P_2} = C_{v1}\sqrt{P_1 - (P_o + \gamma h)} \tag{72}$$

$$q_2(t) = C_{v1}\sqrt{P_2 - P_3} = C_{v1}\sqrt{(P_o + \gamma h) - P_3} \tag{73}$$

$$P_o = \frac{m_g R T_g}{V_T - Ah} \tag{76}$$

MODELO MATEMATICO EN FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se linealizan los términos no-lineles

1) Flujo de entrada:

$$q_1 = C_{v1}\sqrt{P_1 - \left(\frac{m_g RT_g}{V_T - Ah} + \gamma h\right)} = q_1(P_1, h) \tag{77}$$

Linealizando

$$\begin{aligned} q_1 &= C_{v1}\sqrt{\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}} + \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{-1/2}(P_1 - \overline{P}_1) + \\ &+ \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{-1/2}\left[\frac{(-A)m_g RT_g}{(V_T - A\overline{h})^2} - \gamma\right](h - \overline{h}) \end{aligned} \tag{78}$$

$$q_1(P_1, h) = \overline{q}_1 + b(P_1 - \overline{P}_1) + c(h - \overline{h}) \tag{79}$$

donde :

$$b = \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{1/2}$$

$$c = \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{-1/2}\left[\frac{(-A)m_g RT_g}{(V_T - A\overline{h})^2} - \gamma\right]$$

2) Flujo de salida

$$q_2(h) = \overline{q}_2 + d(h - \overline{h}) \tag{80}$$

donde

$$d = \frac{1}{2}C_{v1}\left(\frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} + \gamma\overline{h} - P_3\right)^{-1/2}\left[\frac{Am_g RT_g}{(V_T - A\overline{h})^2} + \gamma\right]$$

Se escriben las ecuaciones en estado estacionario y se restan de las ecuaciones en estado no estacionario:

$$q_1^* - q_2^* = A\frac{dh^*}{dt} \qquad (81)$$

$$q_1^* = bP_1^* + ch^* \qquad (82)$$

$$q_2^* = dh^* \qquad (83)$$

Se sustituye (82) y (83) en (81), se toma la transformada de Laplace y se despeja

$$\frac{H^*(s)}{P_1^*(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} \qquad (84)$$

donde:

$$k = \frac{b}{d-c}$$

$$\tau = \frac{A}{d-c}$$

DIAGRAMA DE BLOQUES

$$P_1^*(s) \longrightarrow \boxed{\dfrac{\dfrac{b}{d-c}}{\dfrac{A}{d-c}s+1}} \longrightarrow H^*(s)$$

donde:

$$b = \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{1/2}$$

$$c = \frac{1}{2}C_{v1}\left(\overline{P}_1 - \frac{m_g RT_g}{V_T - A\overline{h}} - \gamma\overline{h}\right)^{-1/2}\left[\frac{(-A)m_g RT_g}{(V_T - A\overline{h})^2} - \gamma\right]$$

$$d = \frac{1}{2} C_{v1} \left(\frac{m_g R T_g}{V_T - A\bar{h}} + \gamma \bar{h} - P_3 \right)^{-1/2} \left[\frac{A m_g R T_g}{(V_T - A\bar{h})^2} + \gamma \right]$$